

全局叶型扭转角误差对轴流压气机性能影响的不确定性量化分析方法

翟益琛, 楚武利, 刘铠烨, 莫喻钦, 申轶豪

(西北工业大学动力与能源学院, 西安, 710129)

摘要: 为了研究全局叶型扭转角误差对跨声速压气机叶片性能参数及流场结构的影响,以Rotor37为研究对象提出了一种不确定性量化流程及方法。首先基于主成分分析方法构建几何不确定性三维降阶模型,然后基于非嵌入式混沌多项式中三维正态分布变量的选取方法,用数值方法求解需求样本点上的全三维 Reynolds-averaged Navier-Stokes 方程以构建非嵌入式混沌多项式,借以评估大样本量下的性能响应,结果显示性能参数的统计结果服从正态分布,其平均水平不受影响,但存在约1%的波动。利用 Spearman 相关性分析得到影响流场的关键展向截面位置,结果表明效率与70%~100%叶高范围内的扭转角误差负相关性最强,加工时应着重提高此区域的加工精度。通过分析统计学意义下流场的波动情况和具有极端效率叶型的流场特征以探究扭转角误差对性能的影响机理,结果表明在间隙泄漏流与激波位置处的流场波动程度最剧烈,扭转角误差通过影响激波位置与泄漏流强度从而影响二者的相互干扰作用,继而影响下游的堵塞程度,最终对效率产生影响。由此可见,全局扭转角误差对叶片性能及流场的影响已不容忽视,在稳健性设计中应根据流场特征着重考虑。

关键词: 跨声速压气机叶片;扭转角误差;主成分分析;非嵌入式混沌多项式;不确定性量化

中图分类号: V231.3 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtubxb202503011 **文章编号:** 0253-987X(2025)03-0110-14

Uncertainty Quantification Method on the Influence of Global Blade Twist Angle Errors on Axial Compressor Performance

ZHAI Yichen, CHU Wuli, LIU Kaiye, MO Yuqin, SHEN Yihao

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract: To investigate the impact of global twist angle errors on performance parameters and flow field structure of transonic axial compressor blades, an uncertainty quantification process and method are being proposed for studying Rotor37. A three-dimensional reduced-order model of geometric uncertainty is being constructed based on the principal component analysis method. By selecting three-dimensional normal distribution variables in a non-intrusive chaotic polynomial, numerical methods are used to solve the full three-dimensional Reynolds-averaged Navier-Stokes equations at required sample points to construct a non-intrusive chaotic polynomial for evaluating performance responses with a large sample size. The findings reveal that the statistical results of performance parameters show a normal distribution with an unaffected mean level but with around 1% fluctuation. Through Spearman correlation analysis, critical spanwise section positions influencing the

收稿日期: 2024-05-08。 作者简介: 翟益琛(2000—),男,硕士生;楚武利(通信作者),男,教授,博士生导师。

基金项目: 国家科技重大专项资助项目(J2019-I-0011-0011)。

网络出版时间: 2024-11-28

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.T.20241128.1114.003>

flow field are identified, indicating the strongest negative correlation between efficiency and twist angle errors in the 70% to 100% blade height range. This emphasizes the need to improve machining accuracy in this region. Analysis of flow field fluctuations under statistical significance and flow field characteristics of blades with extreme efficiency reveals the mechanism of twist angle errors on performance. The results show that the most severe flow field fluctuations occur at the tip clearance leakage flow and shock wave positions, where twist angle errors affect both positions and the intensity of their mutual interference, thus influencing downstream blockage and ultimately affecting efficiency. It is evident that the influence of global twist angle errors on blade performance and flow field cannot be ignored, and should be carefully considered in robust design based on flow field characteristics.

Keywords: transonic compressor blade; twist angle error; principal component analysis, non-intrusive polynomial chaos; uncertainty quantification

压气机作为航空发动机的核心关键部件之一,其性能表现直接关乎整机的整体性能水平。随着压气机向高负荷发展,其弯曲、扭转、掠形的程度也随之逐步提高,这极大地增加了其设计与制造的复杂程度与难度。现今的压气机设计已摒弃“宏观目标的简单实现”观念,转而变为“综合考量多种性能的精细化设计”^[1]。Goodhand等^[2]研究了微小几何误差对叶片排分离流动的影响,结果表明这些微小偏差对流场的影响效果与叶片负荷增加10%相当,因此在叶片加工制造过程中,由于加工误差导致的叶片实际几何形状偏离原始设计几何形状的不确定性因素已不可忽略。

扭转角表示叶型在叶栅中安装时的倾斜程度^[3],其决定了叶型在通道内的位置,继而决定了气流进入叶栅通道的方向。由于叶片在加工制造的过程中,大多采用“悬臂梁”的装夹方式^[4],因此受到的切削力对扭转变形的影响较为显著^[5]。Marx等^[6]测量了高压压气机受磨损变形影响下的扭转角,发现高、低压压气机级的扭转角误差分布规律不同。Lange等^[7]综合考虑18个几何变量,通过对200个叶片样本进行计算流体动力学(CFD)计算,从而得出扭转角误差是对流场结构影响较大的几何因素。高丽敏等^[8]认为扭转角误差是影响性能的主要参数,0.5°的扭转角误差会使总压损失系数恶化46.56%。Lange等^[9]以多级轴流压气机的前三排动叶作为研究对象,发现扭转角误差会对压气机特性线造成影响。郑似玉^[10]通过多通道数值模拟研究了总参数对6个展向截面扭转角误差的敏感性,并提出一种扭转角公差叶片周向类正弦分布模式,以减小性能损失。Scharfenstein等^[11-13]以Spearman系数为参考准则,对几种加工误差对高压涡轮性能

的影响进行评估,发现扭转角误差对效率的影响最为显著。但玥等^[14]根据某转子展向13个截面的扭转角误差测量数据对叶片重构,通过数值计算得到偏差最大叶片的性能参数并对比了流场参数。

蒙特卡罗(MCS)方法是量化不确定性最直接的方法,可直接求得响应量的概率分布。Heinze等^[15]基于200个样本,对叶片疲劳受不确定性影响进行有限元分析。由于加工误差是随机产生的,具有高度不确定性,200个样本的MCS方法未必能真实反映加工误差影响下的性能分布。增加样本则需耗费大量计算资源,成本较高。近年来在计算流体力学领域,非嵌入式多项式混沌(NIPC)方法得到了广泛应用。刘铠烨等^[16]利用NIPC方法对法向加工误差进行了量化,研究了超声速叶栅气动性能受加工误差的影响。郭正涛等^[17]通过测试函数对7阶NIPC方法的有效性进行了验证。Mazzoni等^[18]利用NIPC方法量化压气机叶顶间隙不确定性对气动参数的影响,并证明4阶NIPC方法足以量化压气机气动参数的统计特征。目前NIPC方法由于其高效性已被广泛用于求解不确定性问题上,因此本文将用NIPC方法量化加工误差对气动性能的影响。

李玉等^[19]将叶型整体偏转,研究了扭转角误差影响下的效率损失机理,但整体偏转难以确定影响性能参数最关键的区域。杨吉博^[20]为了精准定位受影响较大的区域,选取了15%、50%和95%3个截面,在各截面±5%叶高范围内改变这3个截面的扭转角误差,以此深入剖析其对性能所产生的影响。郭正涛^[1]在展向取了6个截面,每个截面设置5个配置点,认为这6个截面的扭转角误差是独立的随机变量。综上所述,大部分理论研究都只孤立地选取了若干个展向截面,只研究每个截面扭转角变化

对性能的影响,再对计算得到的结果进行比较,从而选出影响最大的截面;或者基于有限的测量数据进行叶片重构,进而推算特性曲线、稳定工作裕度的变化。由于不同截面的扭转角误差会存在相关性,尤其当两个截面靠得很近时,所以仅选取某些特定截面进行不确定性分析并不准确。

为了弥补前人研究的不足,本文用零均值高斯过程描述扭转角误差沿展向分布的特征,基于主成分分析法(PCA)进行特征提取,选取最重要的几个模态进行叶片几何重构。基于非嵌入式混沌多项式构建代理模型,通过对代理模型采样得到的大样本数据进行统计学分析,以获取全局扭转角误差对轴流压气机气动性能的不确定性影响。结合 Spearman 相关性分析与流场分析,找到受扭转角误差影响最大的区域,旨在为压气机叶片稳健性设计和精细化加工提供一定的参考。

1 不确定性量化方法

1.1 几何不确定性模型

叶型扭转角误差示意图如图 1 所示,原叶型的位置参数为 β_d (弦线与额线的夹角),误差叶型的位置参数为 β ,误差量 β_e 为原叶型绕其积叠点旋转的角度。原始叶型逆时针旋转的角度误差为正扭转角误差。原始叶型顺时针旋转的角度误差为负扭转角误差。

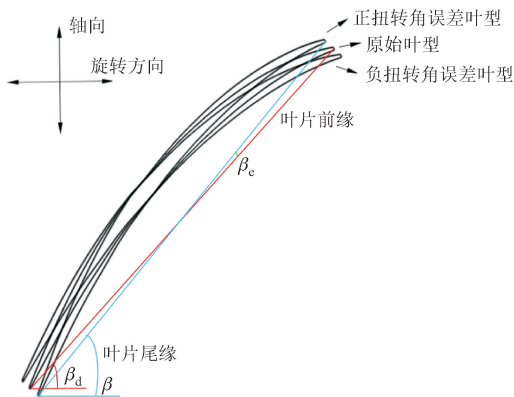


图 1 叶型扭转角误差示意图

Fig. 1 Schematic diagram of blade twist angle error

1.1.1 高斯随机过程

叶片在加工制造时具有高度随机性,对于数量较多的叶片大样本,蔡雨桐等^[21]通过对可控扩散叶型进行三维测量,得出加工误差近似服从零均值正态分布的结论。本文将叶片扭转角误差视为随机变量,采用平稳高斯随机过程描述扭转角误差的概率分布。几何不确定性模型通过下式描述

$$\beta(h, \omega) = \beta_d(h) + \beta_e(h, \omega) \quad (1)$$

式中: $\omega \in \Omega$, ω 为概率空间中的随机变量; h 为无量纲展向位置, $h \in \Gamma$, Γ 为仅与叶高有关的叶片几何空间变量集合。 $\beta_e(h, \omega)$ 的均值、方差以及不同高度扭转角误差的协方差分别为

$$\mu_e(h) = E(\beta_e(h, \omega)) = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_e(h) = \sqrt{E[\beta_e(h, \omega) - E(\beta_e(h, \omega))]^2} = f(h) \quad (3)$$

$$\text{Cov}(h_i, h_j) = \sigma(h_i)\sigma(h_j)\rho(h_i, h_j) \quad (4)$$

式中: $\forall h, h_i, h_j \in \Gamma$; $f(h)$ 为不为 0 的连续函数,结合 3σ 原则,由叶型扭转角误差限的 $1/6$ 给定; $\rho(h_i, h_j)$ 反映 i, j 两个展向位置扭转角误差的关联程度,常用径向基函数核表示为

$$\rho(h_i, h_j) = \exp(-\alpha(h_i - h_j)^2) \quad (5)$$

其中, $\alpha \in \mathbf{R}$, α 为协方差函数参数,对于展向距离相同的两点, α 越大则相关性越小, α 的值直接关系到特征值的选取。

1.1.2 几何不确定性降阶模型

在上述几何不确定性模型中, $\beta_e(h, \omega)$ 的维度是无限的,若要对其研究,必须进行降维简化处理。主成分分析法作为数据降维最常用的方法,得到了广泛实践,本文利用主成分分析法^[22]对扭转角误差沿展向的分布进行近似描述。

本文从叶根到叶顶选取了 101 个截面以离散平稳高斯随机过程。对这些截面上叶型扭转角误差所构成的协方差矩阵求取特征值,并根据模值大小降序排列为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{101}$,选取前 k 个特征值,并要求这 k 个特征值的累积方差贡献率满足下式

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i / \sum_{j=1}^{101} \lambda_j > 99\% \quad (6)$$

高斯过程可以描述为

$$\hat{\beta}_e(h, \omega) = \sum_{i=1}^k \sqrt{\lambda_i} \mathbf{p}_i \xi_i(\omega) \quad (7)$$

式中: $\hat{\beta}_e(h, \omega)$ 为不同叶高截面扭转角误差组成的矩阵; $\mathbf{p}_i$ 为特征值 λ_i 所对应的正交特征向量; $\xi_i(\omega)$ 为满足标准正态分布的随机变量。由此便借助 PCA 方法,将由加工误差导致的高维叶型扭转角不确定性模型降为如下式所示的降阶模型

$$\beta(h, \omega) = \beta_d(h) + \sum_{i=1}^k \sqrt{\lambda_i} \mathbf{p}_i \xi_i(\omega) \quad (8)$$

式中: $\beta(h, \omega)$ 为带误差的叶片不同截面叶型安装角矩阵; $\beta_d(h)$ 为原始叶片不同截面叶型安装角组成的矩阵。

叶片样本的重构将基于此降阶模型展开。

1.2 代理模型构建方法

多项式混沌展开(PCE)是一种基于混沌多项式理论、具有坚实数学基础的不确定性分析方法,其具有指数级收敛速度^[23]。PCE 方法建立的基础是 Wiener 理论中的齐次函数^[24]。PCE 方法分为嵌入式多项式混沌(IPC)方法和非嵌入式多项式混沌(NIPC)方法。IPC 需要编写新的 CFD 求解器,较为复杂,而 NIPC 将响应函数看作黑箱,无需关注动力学系统内部复杂的制约关系,即无需对求解器进行修改,而仅关注输入和输出随机变量之间的函数映射关系,方便简单,现已实现在工程上对不确定性传播过程的描述,其实现过程如下。

1.2.1 PCE 模型形式的构建

PCE 模型的构建过程就是按照规则选取合适的正交多项式基函数,并进行线性组合。对于满足任意分布的随机变量 $Y(\theta)$,可利用混沌多项式展开表示为

$$Y(\theta) = \alpha_0 H_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} \alpha_{i_1} H_1(\xi_{i_1}(\theta)) + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} \alpha_{i_1 i_2} H_2(\xi_{i_1}(\theta), \xi_{i_2}(\theta)) + \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} \alpha_{i_1 i_2 i_3} H_3(\xi_{i_1}(\theta), \xi_{i_2}(\theta), \xi_{i_3}(\theta)) + \cdots + o(H_3)$$

(9)

式中: $H_n(\xi_{i_1}(\theta), \xi_{i_2}(\theta), \cdots, \xi_{i_n}(\theta))$ 表示阶数为 n 的 Hermite 正交多项式,是多维标准正态随机变量 $\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \cdots, \xi_{i_n}$ 的函数, $o(H_3)$ 为高阶无穷小量。将 $Y(\theta)$ 化为紧凑格式并在 L 阶截断得到下式

$$Y(\theta) \approx y = \sum_{j=0}^L \hat{c}_j \psi_j(\xi)$$

(10)

式中: L 为 PCE 模型的阶数; $\hat{c}_j$ 为 PCE 系数,于是便得到截断后的 L 阶 NIPC 模型; $\psi_j(\xi)$ 为整理后的紧凑多项式。

1.2.2 PCE 系数的计算

对于 PCE 系数 $\hat{c}_j$ 的求解,本文采用基于投影的 Galerkin 投影法。将紧凑格式的两边同时投影到 $\psi_j(\xi)$ 上,由正交多项式的正交性便可得下式

$$\langle \psi_i(\xi) \psi_j(\xi) \rangle = \int \psi_i(\xi) \psi_j(\xi) W(\xi) d\xi = \langle \psi_i^2(\xi) \rangle \delta_{i,j}$$

(11)

式中: $W(\xi)$ 为权函数; $\delta_{i,j}$ 为克罗内克函数。把正交性条件代入紧凑格式中,化简后可得到 PCE 系数 $\hat{c}_j$,其表达式如下

$$\hat{c}_j = \frac{\langle y, \psi_j \rangle}{\langle \psi_j, \psi_j \rangle}$$

(12)

式中: $\langle \rangle$ 为求取内积。

在 PCE 系数中,分母是存在解析解的,而分子可通过全因子数值积分^[23]的方法求出。得到 PCE 系数后,代理模型便构建完成。此代理模型就是一个响应面,相比于原性能响应函数,此响应面廉价许多。在此随机响应面上直接运行蒙特卡罗模拟即可得到输出函数的概率密度函数、期望、方差等统计指标。

2 研究对象及方法验证

2.1 研究对象及数值验证

2.1.1 研究对象及数值仿真方法

本文以跨声速轴流压气机转子 NASA Rotor37^[25]为研究对象进行单通道定常计算,由于 Rotor37 具有公开的详细实验数据,因此较为适合作基础研究,其主要设计参数如表 1 所示。

表 1 Rotor37 设计参数

Table 1 Design parameters of Rotor37

参数	数值	参数	数值
叶片数	36	展弦比	1.19
叶顶间隙/mm	0.356	稠度	1.3
进口轮毂比	0.7	扩散因子	0.56
设计流量/(kg · s ⁻¹)	20.19	设计转速/(r · min ⁻¹)	17 188
叶顶入口 Ma	1.48	设计总压比	2.106
叶根入口 Ma	1.13	设计总温比	1.27

本文用 Autogrid5 软件生成结构化网格,叶顶间隙使用蝶形网格结构,进出口截面使用 H 型拓扑结构的网格块,叶片拓扑结构选择 O-4H。总网格点数为 108 万。最终所有壁面第一层网格高度均小于 $5 \mu\text{m}$,即保证了所有壁面无量纲距离 $y^+ < 2$,满足 S-A (Spalart-Allmaras) 湍流模型的应用条件。图 2 为计算域及网格示意图。

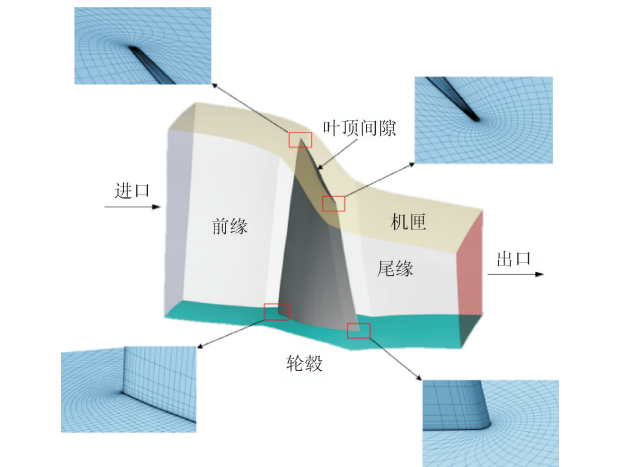


图 2 计算域及网格示意图

Fig. 2 Schematic of computational domain and grid

使用 NUMECA/FineTurbo 中的 Euranus 求解器对可压黏性流体的 N-S 方程进行求解。进口给定总压为 101 325 Pa,总温为 288.15 K。叶型表面为绝热无滑移边界条件。湍流模型选择 S-A 模型,空间离散格式为二阶迎风格式,转子转速为设计转速 17 188 r/min,采用多重网格法加速收敛。对峰值效率工况(PE),以原始叶型峰值效率工况下的背压为基准,以 100 Pa 为间隔推取误差样本的峰值效率点,在这些峰值效率点中,以最小的质量流量 20.62 kg/s 进行定流量计算,得到所有叶片样本的峰值效率。对近失速工况(NS),选取质量流量 19.3 kg/s 为近失速工况点。需要说明的是,近失速工况是人为选取、以最先数值发散的工况为基准,以保证 NIPC 所需要的不同误差样本在该质量流量条件下均具有收敛的计算结果。

2.1.2 数值仿真方法的 CFD 验证

选取网格数为 37 万、69 万、108 万和 134 万的 4 套网格进行网格无关性验证,将根据这 4 套网格计算出的压比特性及效率特性和实验结果进行对比,如图 3、图 4 所示。

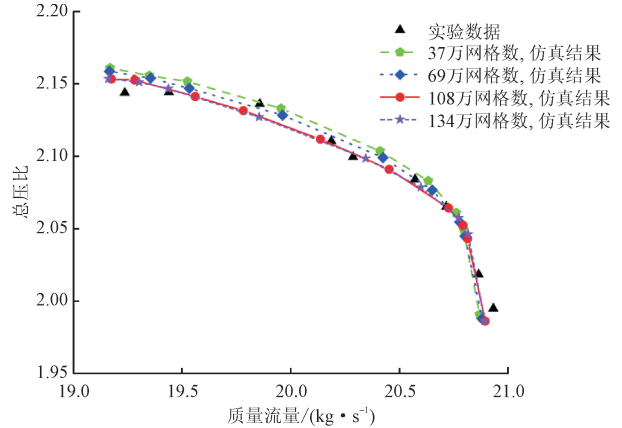


图 3 不同网格数下的压比特性对比
Fig. 3 Pressure ratio characteristic under different grid quantities

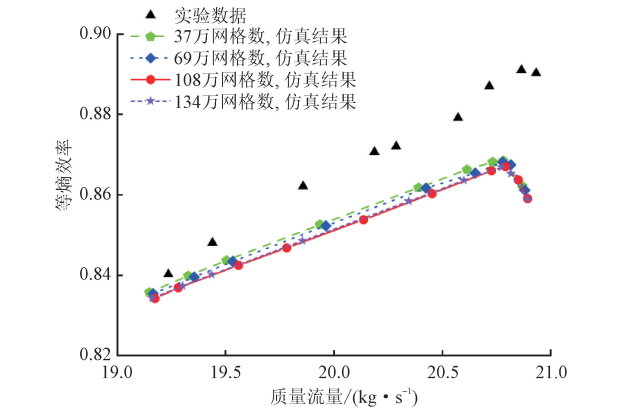


图 4 不同网格数下的效率特性对比
Fig. 4 Efficiency characteristic under different grid quantities

由图 3、图 4 可以看出:37 万和 69 万网格的效率特性在整个流量范围内均偏大,这是因为稀疏的网格未能捕捉由细小涡结构导致的能量耗散;108 万网格数与 134 万网格数在整个特性曲线范围内的计算结果基本相同,具有较高的数值精度。值得指出的是,仿真结果与实验结果虽然趋势一致,但数值上存在差异,这是由于实验时测点的分布未能如数值模拟一般捕捉端区流动损失所导致,这与文献[26-27]的仿真结果类似。

表 2 给出了不同网格数量下近失速点与峰值效率点的总压比和等熵效率以 134 万网格数结果为标准的归一化计算结果。

表 2 不同网格数下总压比和等熵效率的归一化计算结果

Table 2 Normalized calculation results of total pressure ratio and isentropic efficiency at near stall point and peak efficiency point under different grid numbers

网格数	近失速工 况总压比	近失速工 况等熵效率	峰值效率工 况总压比	峰值效率工 况等熵效率
37 万	1.004 8	1.002 3	1.001 3	1.001 8
69 万	1.003 2	1.001 5	1.000 7	1.001 2
108 万	1.000 2	1.000 4	1.000 2	1.000 3
134 万	1.000 0	1.000 0	1.000 0	1.000 0

由表 2 可看出,随着网格数的增加,两个工况点的性能参数均逐渐收敛,108 万网格数与 134 万网格数性能参数计算结果的相对误差已降至 0.05% 以下,通过与后文性能参数分散度结果的对比发现,0.05% 的相对误差已足够小,即 108 万网格数足以准确捕捉流场信息。因此,本文综合考虑计算精度及计算效率后采用 108 万网格数进行后续数值研究。

2.2 加工误差不确定性量化

2.2.1 几何不确定性模型构建

参考中航工业标准 HB5647^[28] 确定扭转角误差的标准差。航标中规定叶型扭转角误差 δ 是理想设计叶型围绕积叠中心顺时针旋转 $\delta/2$ 和逆时针旋转 $\delta/2$ 所形成的角度。对不同精度等级下扭转角误差限如表 3 所示。

表 3 不同精度等级下的扭转角误差限

Table 3 Twist angle error limits at different accuracy levels

精度等级	扭转角误差限/(°)
1	20
2	24
3	30
4	40
5	60

本研究选取 5 级精度等级。不同展向截面的叶型扭转角误差限均为 $60'$ ，之所以选择最低精度等级是因为在该精度等级下，结合 PCA 方法中的随机抽样，所有符合中航工业标准规定的叶片样本均能够被考虑周全。高斯随机过程认为扭转角误差呈零均值正态分布，故结合 3σ 准则，便可计算出 $\sigma=(1/6)^\circ=0.002\ 909\ \text{rad}$ 。

对于协方差函数参数 α 的选择，图 5 给出了不同 α 取值下前 7 个模态的归一化分布图。由图可见， α 越大，不同展向位置截面扭转角误差的相关性越小，此时想要准确降维，必须选用更多的模态阶数。本文选取 $\alpha=2$ 以构建降阶模型。

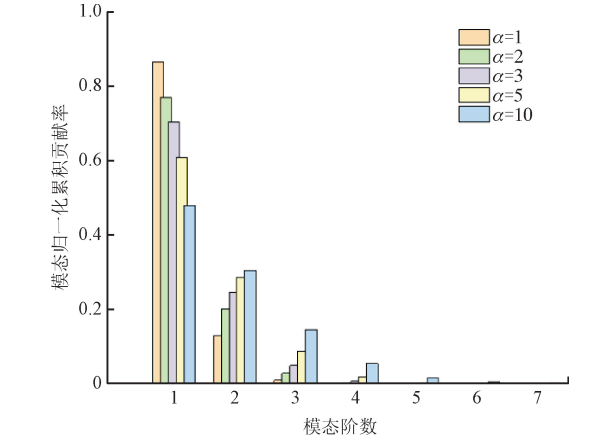


图 5 不同 α 下的模态分布

Fig. 5 Distribution of modes at different α

图 6 展示了前 5 阶模态的分布，图 7 为特征值归一化累积贡献率分布，前 3 个特征值的累积贡献率达到 99.7%，满足累积贡献率的要求。这样一来，即将无限维度的几何不确定性模型降阶成下式所示的三维不确定性模型

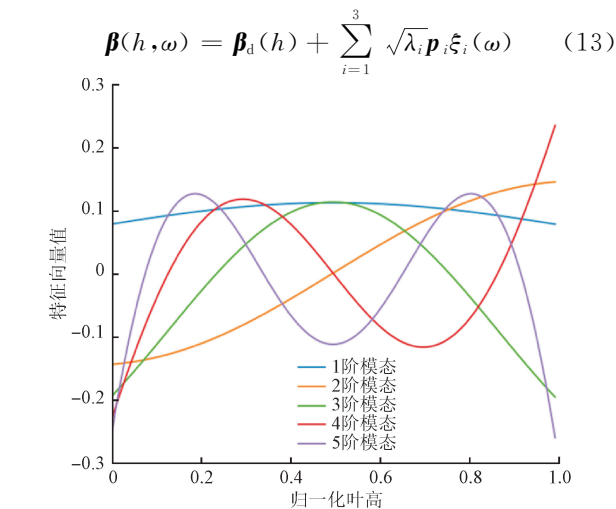


图 6 前 5 阶模态分布

Fig. 6 First five orders of mode distribution

其中 1 阶模态对应于叶片整体偏移，2 阶模态对应于叶片单调扭转变形，3 阶模态对应于叶片二次扭转变形。随模态阶数的升高，形变发生的概率降低。

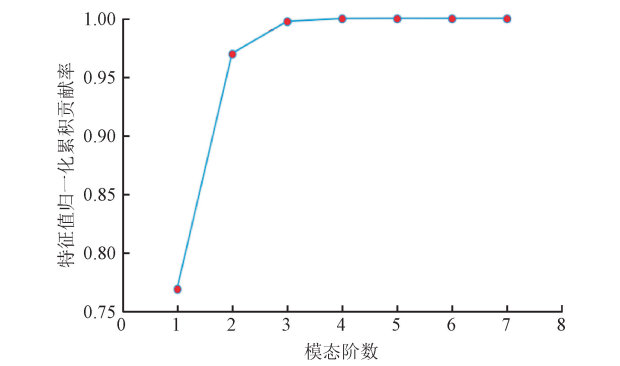


图 7 特征值归一化累积贡献率

Fig. 7 Distribution of cumulative variance contribution rate

为了验证几何降阶模型的合理性，对 ξ_1, ξ_2, ξ_3 进行随机采样，利用构建好的降阶模型生成 10^6 个叶片误差样本，统计叶片样本扭转角误差的均值函数 $\mu_e(z)$ 和标准差函数 $\sigma_e(z)$ ，如图 8 所示。由图 8 可看出，均值函数恒定在 0 rad 附近，标准差函数恒定在 0.002 909 rad 附近，很好地模拟了标准差为 0.002 909 rad 的零均值高斯过程，即选取前 3 个特征值的降维方法足以对叶片误差样本作出准确描述。

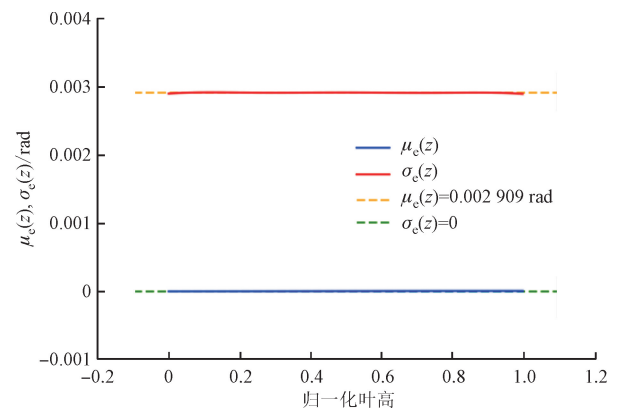


图 8 标准差函数以及均值函数分布

Fig. 8 Distribution of standard deviation and mean function on blade

在 10^6 个叶片误差样本中选取前 300 个样本，绘制扭转角误差的分布如图 9 所示，误差基本被限定在 $\pm 3\sigma$ 的范围之内。通过以上验证可以看出，该几何不确定性模型可以准确描述叶片扭转角误差这一随机过程，本文将在此模型的基础上进行不确定性研究。

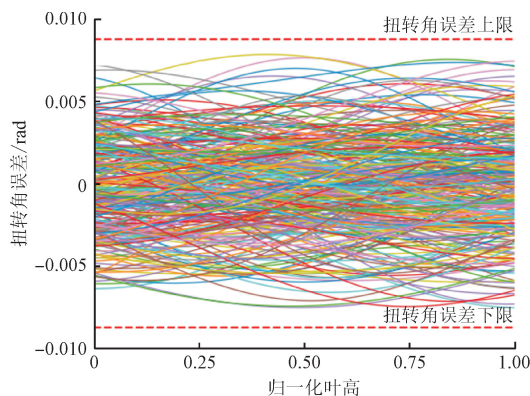


图9 叶片扭转角误差分布

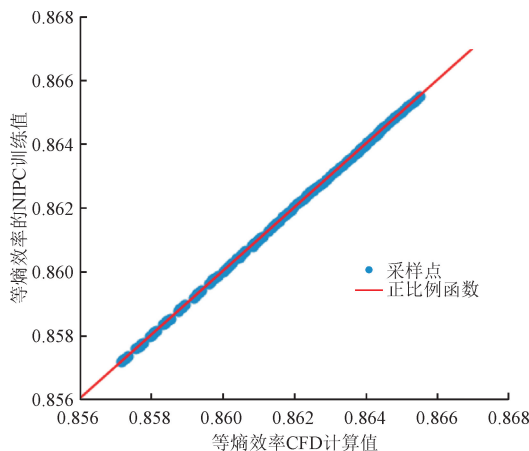
Fig. 9 Distribution of blade twist angle error

2.2.2 代理模型构建

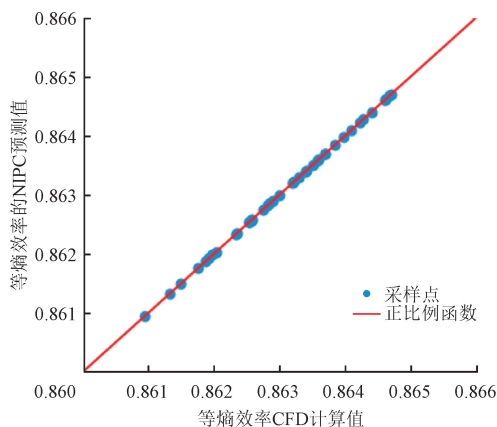
将几何不确定性模型降阶为3维并作4阶NIPC展开。对5阶Hermite多项式的根作张量积运算,便得到构建3维4阶NIPC模型所需的数值计算样本点,将样本点数据代入降阶模型中,得到每个样本的误差展向分布,再通过自编写程序对每个截面的叶型扭转相应的角度,即可得到125个叶片样本。通过CFD计算出叶片样本的性能参数以训练NIPC模型。

图10(a)展示了峰值效率工况下各样本点效率的训练效果,训练结果的相对均方根误差为0.008%,远小于波动区间。

为了验证所构建的NIPC模型的泛化能力,在标准随机变量 $\xi_i, \xi_j \sim N(0, 1)$ 的样本空间内,随机选取30个样本进行预测,预测效果的相对均方根误差为0.011%,预测误差大致为训练集效率波动区间的1%。可见该4阶NIPC代理模型能够准确预测扭转角误差对转子效率的不确定性影响。



(a) 等熵效率训练效果



(b) 等熵效率预测效果

图10 等熵效率的NIPC训练效果与预测效果

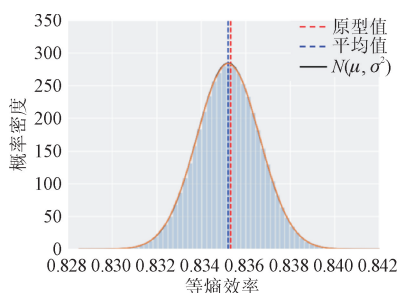
Fig. 10 Training effect and predictive effect of the NIPC model for isentropic efficiency

3 结果与分析

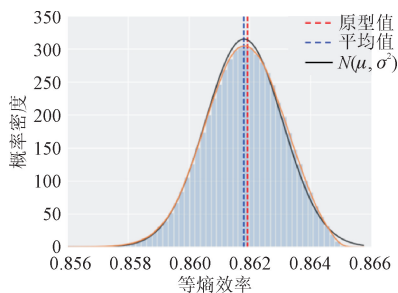
3.1 性能参数的统计特征

利用蒙特卡罗抽样方法,在样本空间内随机抽取 10^6 个样本,根据构建好的NIPC模型,对峰值点效率及近失速点效率与压比进行预测与统计,将预测响应等距分为60个区间,得到统计性能参数的概率密度函数(PDF)分布如图11所示,NS为近失速工况;PE为峰值效率工况。

由图11可以看出,误差影响下的性能参数出现了一定分散度,且均近似服从高斯分布。误差使得近失速工况与峰值效率工况下叶型效率均值较原型



(a) NS 工况下的等熵效率分布



(b) PE 工况下的等熵效率分布

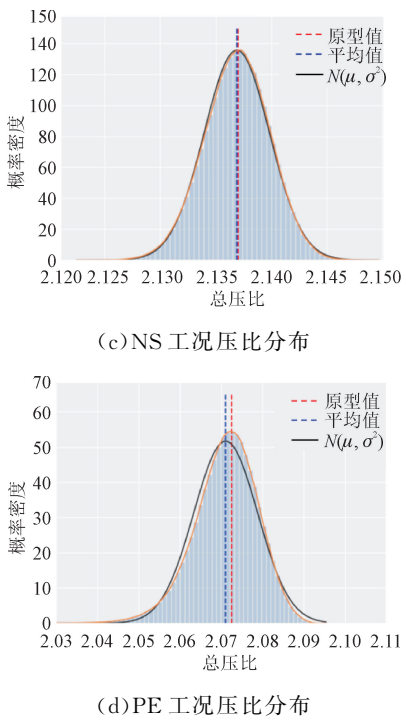


图 11 性能参数统计直方图

Fig. 11 Histogram of performance parameter statistics

分别下降了 0.012% 和 0.023%，而压比分别下降了 0.009% 和 0.068%。可见扭转角误差影响下，性能参数的平均值较原型均有下降，但下降幅度很小，可认为误差对性能均值几乎无影响。计算统计结果的统计矩如表 4 所示。

表 4 不确定性量化统计结果

Table 4 Statistical outputs of uncertainty quantification				
统计参数	近失速 工况压比	近失速 工况效率	峰值效率 工况压比	峰值效率 工况效率
均值	2.136 9	0.835 2	2.071 1	0.861 7
标准差/%	0.30	0.15	0.77	0.13

由表 4 可计算出，近失速工况下，加工误差使得效率至多相对降低 0.48%，压比至多相对降低 0.42%；峰值效率工况下，效率至多相对降低 0.45%，压比至多相对降低 1.1%。该波动幅度比数值验证中提到的 CFD 计算误差大 1~2 个数量级，因此可忽略由计算误差导致的统计结果差异。由统计结果可见，扭转角误差对性能参数的影响不容忽视。

对随机抽取的 10^6 个叶片样本，取两个工况下、 $(\mu-3\sigma,\mu+3\sigma)$ 置信区间内具有极端性能参数的各 80 个叶片绘制其扭转角误差沿展向的分布，如图 12 所示。

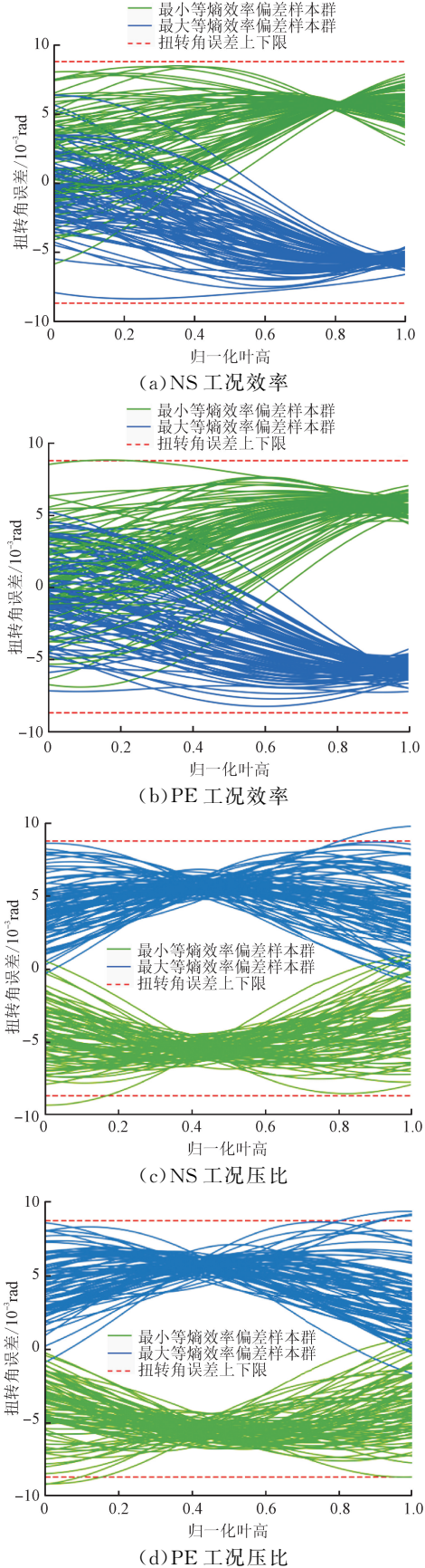


图 12 不同工况下的极限偏差样本群

Fig. 12 Sample population of limit deviations for different operating conditions

由图 12 可以看出:在该置信区间内,绝大部分叶片样本的误差都在误差限之内;蓝绿两股曲线的分离度较大,说明该降维方法与不确定性量化方法能很好地预测性能参数的变化;不论处于哪个工况,效率增大的叶片样本总是具有较大负扭转角误差,尤其在 80%叶高以上,负扭转角误差最显著;压比增大的叶片样本具有较大的正扭转角误差。由此得出结论:无论是在峰值效率工况还是在近失速工况下,整个叶高范围内的扭转角误差均与绝热效率呈负相关,与总压比呈正相关。为了探究影响性能参数的关键位置,下文将对不同展向截面的扭转角误差与性能参数进行 Spearman 相关性分析。

3.2 性能参数相关性分析

Spearman 秩相关性分析是利用两变量的秩次大小作线性相关分析的最常用非参数统计方法^[27],常用于评估与顺序变量相关的关系。Spearman 系数的取值在 $[-1,1]$ 。其为 1 时,参评的两变量严格正相关;其为 -1 时,两变量严格负相关。其模越接近 1,两变量相关性越强;模越接近 0,两变量相关性越弱。

对近失速工况及峰值效率工况 125 个样本点的性能参数和 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 之间两两求取 Spearman 相关系数 r_s , 如图 13 所示。

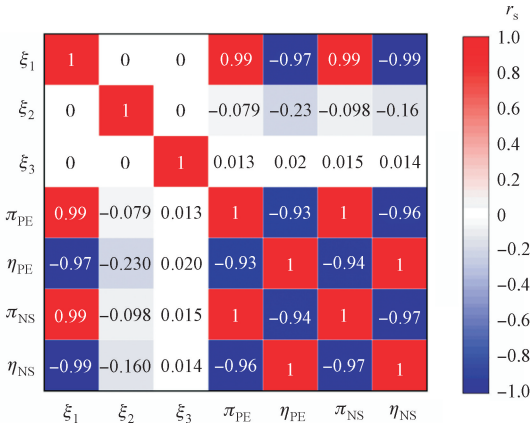


图 13 Spearman 相关系数分布

Fig. 13 Distribution of Spearman coefficient

由图 13 可知, ξ_1 作为与主导模态相乘的随机变量,其与性能参数的相关性最强,即叶片整体偏转是该随机过程下对性能参数影响最大的因素。而 ξ_2 和 ξ_3 则与性能参数的相关性较弱,这与降阶模型中的描述相对应。总之,无论处于哪个工况,压比与 ξ 均呈较强正相关,效率与 ξ 均呈较强负相关。这验证了 3.1 节中对统计结果的分析中得出的结论。关于相关机理的解释将在 3.4 节中展开。

采用 Spearman 相关系数对 MCS 采样得到的 10^6 个样本的效率、压比与扭转角误差展向分布的

单调相关性进行分析。图 14 为 Spearman 相关系数沿展向的分布。可以看到图 14(a)中效率的 Spearman 相关系数为负值,扭转角误差与效率呈负相关;图 14(b)中压比的 Spearman 相关系数为正值,扭转角误差与压比呈正相关,与 3.1 节中的结论相符。且图 14(a)中 70%~100%叶高范围内相关系数小于 -0.9,效率与这一区域的扭转角误差相关性最强。为了保证效率不降低,在叶片加工时,应着重提高这一区域的加工精度,在保证强度的情况下尽量采用负扭转角误差的叶型,且在叶片使用周期内,若检测到该叶高范围内出现正扭转角误差,应及时更换;图 14(b)中 30%~60%叶高范围内相关系数大于 0.9,压比与该区域的扭转角误差最相关。为保证压比不下降,在保证强度的同时,在这一区域尽量采用正扭转角误差的叶型。

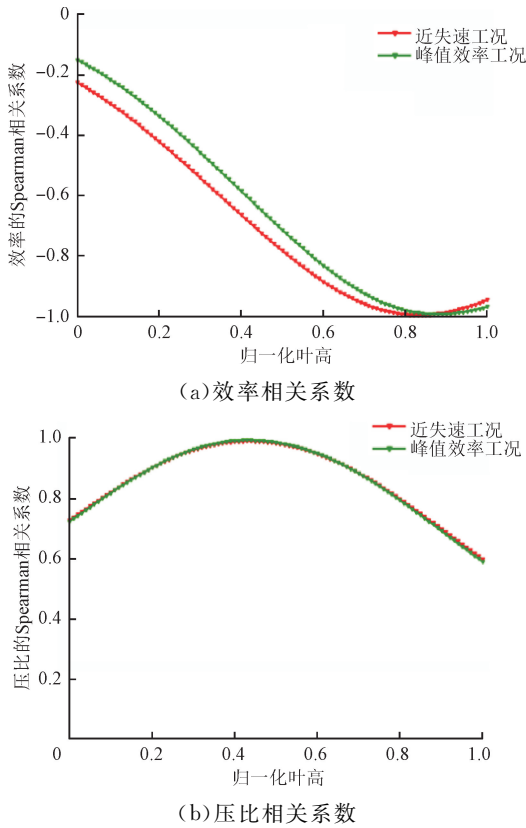


图 14 Spearman 相关系数沿展向的分布

Fig. 14 Distribution of Spearman coefficient along spanwise

3.3 流场参数不确定性分析

由第 2 节中的 Spearman 相关性分析可知, 70%~100%叶高截面的扭转角误差与效率有强相关性,因此为探究扭转角误差影响效率的机理,选取 95%叶高截面为关键截面,对该截面上参数值作统计学分析。

压力系数是评价压气机性能的重要参数,其定义如下式

$$C_p = \frac{p - p_{in}}{(p^* - p)_{in}} \tag{14}$$

式中: p 为叶片某一点的静压; p_{in} 为基于质量流量平均的进口静压; $(p^* - p)_{in}$ 为计算域进口总压与静压差。图 15 绘制了 95% 叶高截面压力系数统计均值与标准差沿无量纲轴向弦长的分布。由图 15 (a) 可以看出: 在吸力面处压力系数有突增, 突增处即对应于激波打在吸力面的位置; 在近失速工况下, 激波打在相邻叶片叶背 0.37 倍弦长位置; 在峰值效率工况下, 激波发生在叶背 0.54 倍弦长位置; 激波的存在使得静压突增, 并在其后诱导吸力面附面层分离。由图 15(b) 可看出: 压力面压力系数的波动在 0~1 倍弦长范围内较小, 而吸力面压力系数出现了较大波动, 且波动出现的位置正好是激波发生的位置。由此可判断, 激波发生的位置正是扭转角误差影响下, 流场参数波动最大的位置。

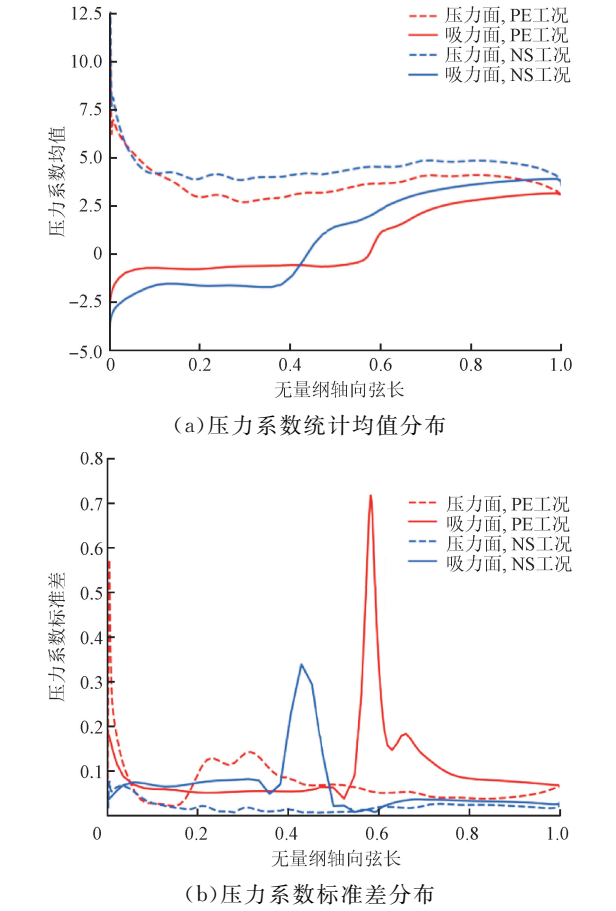


图 15 95% 叶高截面压力系数均值和标准差沿无量纲轴向弦长的分布
Fig. 15 Distribution of mean value and standard deviation of static pressure coefficients along dimensionless chord at 95% span section

图 16 展示了两个工况下周向平均等熵效率统计均值与标准差沿无量纲叶高的分布。

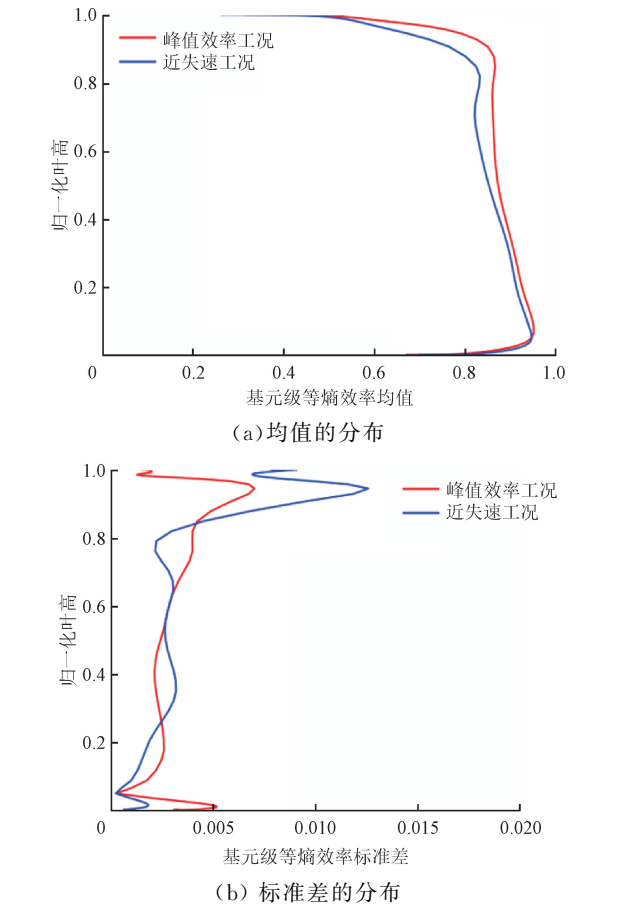
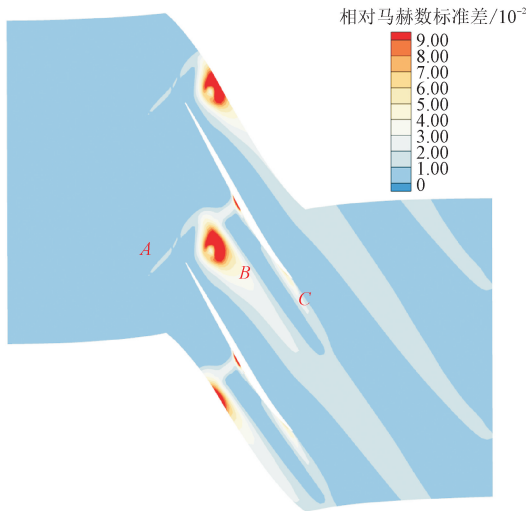


图 16 基元级等熵效率均值和标准差沿归一化叶高的分布
Fig. 16 Spreading distributions of statistical parameters of isentropic efficiency

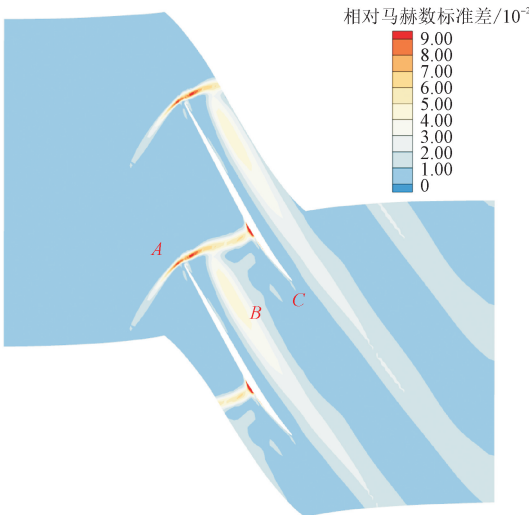
由图 16(a) 可知: 两个工况下的等熵效率统计均值基本沿叶顶到叶根持续下降; 同叶高下峰值效率工况的等熵效率均值较近失速工况下的大。观察图 16(b), 两个工况下等熵效率的波动幅度沿叶高有增加的趋势, 85%~100% 叶高范围内的波动明显高于其他位置, 表明这一区间范围内的等熵效率受扭转角误差的影响最大, 与相关性分析中得到的关键展向位置相近。结合 3.2 节中 Spearman 相关性分析综合得出结论: 在全叶高范围内, 70%~100% 叶高范围内的扭转角误差即为影响 Rotor37 效率的关键因素, 主要影响 85% 叶高以上的流场。为了节约生产成本, 建议 70% 叶高以上的叶片在精加工时需要采用更高的精度等级, 而 70% 叶高以下的叶片在加工时可适当放宽精度等级。

95% 叶高相对马赫数标准差分布如图 17 所示, 以此来对比分析周向受扭转角误差影响较大的区

域。由图 17 可知:有 3 个区域受扭转角误差影响较大,其中 A 区域对应激波位置,B 区域对应间隙泄漏流区域,C 区域对应吸力面附面层区域;近失速工况下,B、C 区域有明显波动;峰值效率工况下,A、B 区域有明显波动。即近失速工况下,误差对性能的不确定性影响主要由间隙泄漏流和附面层分离区的波动导致,而峰值效率工况下,则由激波和间隙泄漏流的波动导致。因此在下文流场分析中,对激波的分析将在峰值效率工况下进行,而对间隙泄漏流和附面层区域的分析将在近失速工况下进行。



(a)近失速工况



(b)峰值效率工况

图 17 95%叶高截面相对马赫数波动

Fig. 17 Fluctuation of relative Mach numbers at 95% span section

3.4 影响机理分析

本节主要通过对具有极端效率的叶型进行流场

分析,来阐述扭转角误差对性能参数的影响机理。选取原始叶型与 MCS 采样中效率概率密度分布函数的 $\pm 3\sigma$ 置信区间边界附近效率最小、效率最大的叶型,分别命名为 MCS-B1, MCS-B2。

3.4.1 激波位置分析

图 18 给出了 MCS-B1、MCS-B2 叶型在峰值效率工况下 95%叶高截面压力系数沿无量纲轴向弦长的分布情况。

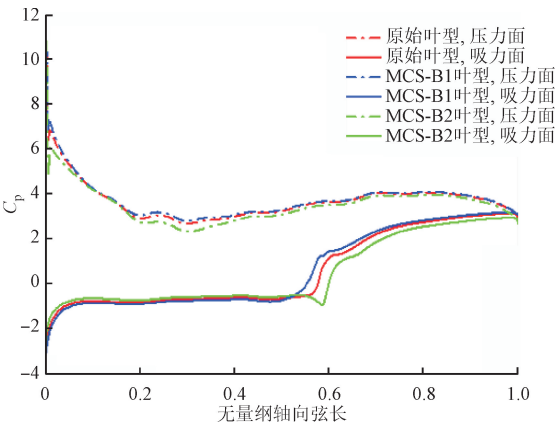


图 18 95%叶高压力系数分布

Fig. 18 Distribution of static pressure coefficient

从图 18 可以看出:压力系数在压力面分布相差较小,主要区别反映在吸力面;MCS-B1 及 MCS-B2 叶型吸力面压力系数在激波处出现激增。MCS-B1 叶型的激波位置靠近前缘,波前马赫数更大,相对应的激波损失更大;而 MCS-B2 叶型正相反,其激波位置更靠近尾缘,相应激波损失较小。同时,激波后移使得叶背强逆压梯度出现的位置向尾缘移动,激波诱导附面层开始分离的位置后移,减小了附面层分离发生的区域与规模;0~1/2 弦长范围内 MCS-B2 叶型的吸压力面压差较小,而泄漏流强度与压差呈正相关,故 MCS-B2 叶型具有较小强度的泄漏流。

3.4.2 间隙泄漏流和附面层分析

本小节给出 3 个叶片在近失速工况 95%叶高相对马赫数的分布云图,如图 19 所示。由图 19 可看出,正扭转角误差叶型(MCS-B1)由间隙泄漏流导致的低能流体区较原型更大,负扭转角误差叶型(MCS-B2)的低能流体区则更小。这不仅受泄漏流强度变化影响,还与泄漏流-激波相互作用有关。

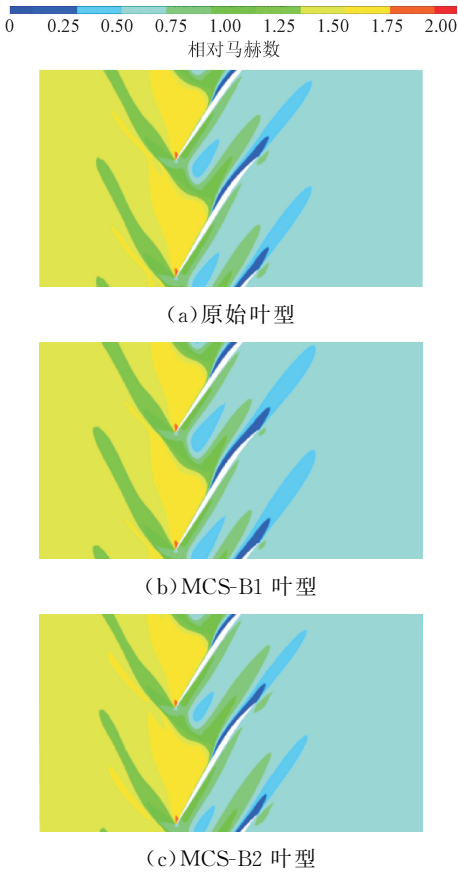


图 19 95%叶高相对马赫数分布
Fig. 19 Distribution of relative Mach number at 95% span section

图 20 绘制了典型叶型 95%叶高截面熵的分布。可以看出:MCS-B2 叶片由间隙泄漏流导致的黄色高熵区消失,且由图 20 放大图可看出,MCS-B2 叶型蓝色低熵区面积更大,说明由间隙泄漏流导致的通道内高熵区随着扭转角误差的减小而减小;由叶背吸力面附面层导致的红色及黄色高熵区亦随扭转角误差的减小而减小,这是因为负扭转角误差(MCS-B2)使得气流来流方向偏向于叶背,负攻角的出现使得来流将更多的轴向动量与附面层区域低能流体交换,附面层内流体在轴向动量的冲击作用

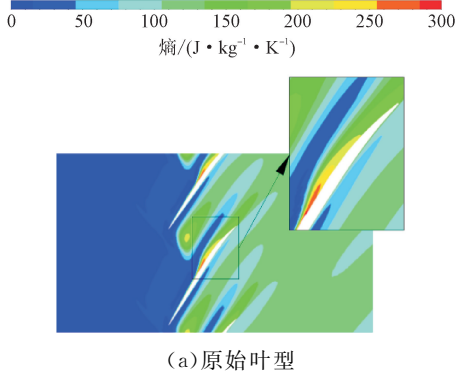


图 20 典型叶型 95%叶高截面熵分布
Fig. 20 Distribution of entropy at 95% span section

下变薄,且向下游移动,分离规模降低,相应的分离损失减小。以上分析结果表明,在扭转角公差范围内,负扭转角误差能够减小间隙泄漏流损失和吸力面附面层分离损失。

3.4.3 叶顶堵塞评估

定义无量纲轴向密流梯度 C_{df} 如下式,选取合适阈值^[29]以区分速度亏损区与主流核心区

$$C_{df} = (|\nabla_r(\rho V_z)| + |\nabla_\theta(\rho V_z)|) / ((\rho V_z)_{in,ave} / C_{ax}) \tag{15}$$

式中: ρV_z 为当地密流; $(\rho V_z)_{in,ave}$ 为转子进口平均密流; C_{ax} 为叶片弦长。在得到亏损边界密度 ρ_k 和速度 V_k 后,在亏损区内对堵塞面积 H 进行如下式所示的面积分

$$A_G = \iint_H \left(1 - \frac{\rho V_z}{\rho_k V_k}\right) dH \tag{16}$$

并对堵塞面积无量纲化处理即可得到堵塞系数 S ,堵塞系数 S 的定义如下式

$$S = \frac{A_G}{A_w} \tag{17}$$

式中: A_w 为转子轴向截面 75%~100%叶高范围内的几何流通面积,堵塞系数直观反映了通道内流动堵塞情况。

典型叶片的堵塞系数沿无量纲轴向弦长的分布如图 21 所示。由图 21 可看出,MCS-B1 叶片的堵塞程度在全弦长范围内较原型叶片均加剧,而 MCS-B2 叶片的堵塞程度则有所缓解。由此得出扭转角误差使得效率降低的机理:正扭转角误差使得

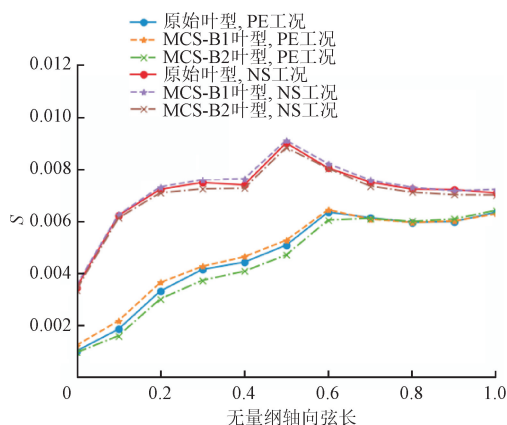


图 21 典型叶片堵塞因子分布

Fig. 21 Distribution of typical blade clogging factor

激波位置前移,波前马赫数的提高增加了激波损失,同时间隙泄漏流强度增加,未能裹挟更多能量便通过激波,这使得泄漏流更易发生破裂,继而使堵塞程度加重,低能流体的堵塞程度增加又使得黏性耗散作用增强,黏性耗散损失增加。

4 结 论

本文采用 PCA 方法和 4 阶 NIPC 方法研究了扭转角误差对 Rotor37 性能的影响,比较了流场参数对叶表不同高度扭转角误差的不确定性和相关性,最后通过对比具有极端效率的叶型与原始叶型流场,阐释了扭转角误差对效率损失的影响机理。得出以下结论。

(1)在扭转角误差影响下,性能参数的统计结果近似服从正态分布。近失速工况下,加工误差使得效率至多相对降低 0.48%,压比至多相对降低 0.42%;峰值效率工况下,效率至多相对降低 0.45%,压比至多相对降低 1.1%。误差对性能参数的均值几乎无影响,影响主要反映在分散度上。

(2)效率与扭转角误差呈单调负相关,压比与扭转角误差呈单调正相关。与效率相关性最强的区域为 70%~100%叶高,相关系数模值大于 0.9。流场不确定性分析中得出 85%~100%叶高范围内的流场参数受扭转角误差影响最显著。

(3)近失速工况下,误差对性能的不确定性影响由间隙泄漏流和附面层分离区的波动导致;而峰值效率工况下,则由激波和间隙泄漏流的波动导致。

(4)在扭转角误差影响下,效率降低的机理为:正扭转角误差使得激波位置前移,波前马赫数的提高增加了激波损失,同时间隙泄漏流强度增加,未能

裹挟更多能量便通过激波,这使得泄漏流更易破裂,继而使堵塞程度加重,低能流体的堵塞程度增加又使得黏性耗散作用增强,黏性耗散损失增加。

参考文献:

- [1] 郭正涛. 加工误差导致的几何不确定性对高负荷叶栅性能影响研究 [D]. 西安:西北工业大学, 2021.
- [2] GOODHAND M N, MILLER R J. The impact of real geometries on three-dimensional separations in compressors [J]. *Journal of Turbomachinery*, 2012, 134(2): 021007.
- [3] 楚武利, 刘前智, 胡春波. 航空叶片机原理 [M]. 西安:西北工业大学出版社, 2009: 33-34.
- [4] 金秀杰, 马艳玲, 高见. 压气机叶片面精密数控加工技术 [C]//第十五届中国科协年会第 13 分会场:航空发动机设计、制造与应用技术研讨会论文集. 北京:中国科学技术协会, 2013: 736-740.
- [5] 刘维伟, 李杰光, 赵明, 等. 航空发动机薄壁叶片加工变形误差补偿技术研究 [J]. *机械设计与制造*, 2009(10): 175-177.
- [6] LIU Weiwei, LI Jieguang, ZHAO Ming, et al. Research on the compensation of deformation error in NC machining of thin-walled blades [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2009(10): 175-177.
- [7] MARX J, STÄDING J, REITZ G, et al. Investigation and analysis of deterioration in high pressure compressors due to operation [J]. *CEAS Aeronautical Journal*, 2014, 5(4): 515-525.
- [8] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al. Probabilistic CFD simulation of a high-pressure compressor stage taking manufacturing variability into account [C]//ASME Turbo Expo 2010: Power for Land, Sea, and Air. New York, USA: ASME, 2010: 617-628.
- [9] 高丽敏, 蔡宇桐, 曾瑞慧, 等. 叶片加工误差对压气机叶栅气动性能的影响 [J]. *推进技术*, 2017, 38(3): 525-531.
- [10] GAO Limin, CAI Yutong, ZENG Ruihui, et al. Effects of blade machining error on compressor cascade aerodynamic performance [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(3): 525-531.
- [11] LANGE A, VOIGT M, VOGELER K, et al. Impact of manufacturing variability on multistage high-pressure compressor performance [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2012, 134(11): 112601.
- [12] 郑似玉. 压气机叶片加工公差对气动性能的影响 [D]. 上海:上海交通大学, 2019.
- [13] SCHARFENSTEIN J, HEINZE K, VOIGT M, et al. Probabilistic CFD analysis of high pressure turbine blades

- considering real geometric effects [C]//ASME Turbo Expo 2013: Turbine Technical Conference and Exposition. New York, USA: ASME, 2013: V06BT43A005.
- [12] HEINZE K, MEYER M, SCHARFENSTEIN J, et al. A parametric model for probabilistic analysis of turbine blades considering real geometric effects [J]. CEAS Aeronautical Journal, 2014, 5(1): 41-51.
- [13] VOIGT P, HÖGNER L, FIEDLER B, et al. Comprehensive geometric description of manufacturing scatter of high-pressure turbine nozzle guide vanes for probabilistic CFD analysis [J]. Journal of Turbomachinery, 2019, 141(8): 081002.
- [14] 但玥, 王浩浩, 高丽敏, 等. 扭转度误差对跨声速压气机叶片性能的影响 [J]. 推进技术, 2023, 44(10): 84-91.
- DAN Yue, WANG Haohao, GAO Limin, et al. Effects of twist angle error on transonic compressor blades performance [J]. Journal of Propulsion Technology, 2023, 44(10): 84-91.
- [15] HEINZE K, FRIEDL W H, VOGELER K, et al. Probabilistic HCF-investigation of compressor blades [C]//ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea, and Air. New York, USA: ASME, 2009: 1103-1112.
- [16] 刘铠烨, 楚武利, 郭正涛, 等. 加工误差对超音速叶栅气动性能影响的不确定性分析 [J]. 航空动力学报, 2024, 39(12): 115-127.
- LIU Kaiye, CHU Wuli, GUO Zhengtao. Uncertainty analysis of effects of manufacturing errors on aerodynamic performance of supersonic cascades [J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(12): 115-127.
- [17] 郭正涛, 楚武利, 姬田园, 等. 端壁倒圆半径误差对高负荷静叶栅性能影响的不确定性分析 [J]. 航空动力学报, 2021, 36(10): 2173-2185.
- GUO Zhengtao, CHU Wuli, JI Tianyuan, et al. Uncertainty analysis of effects of end wall fillet radius error on high-load stator cascade performance [J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(10): 2173-2185.
- [18] MARIA MAZZONI C, AHLFELD R, ROSIC B, et al. Uncertainty quantification of leakages in a multistage simulation and comparison with experiments [J]. Journal of Fluids Engineering, 2018, 140(2): 021110.
- [19] 李玉, 楚武利, 姬田园. 叶片安装角偏差对动叶性能影响的不确定性研究 [J]. 西安交通大学学报, 2023, 57(4): 49-59.
- LI Yu, CHU Wuli, JI Tianyuan. Uncertainty research of effects of blade stagger angle deviation on the performance of rotor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2023, 57(4): 49-59.
- [20] 杨吉博. 叶片加工误差对轴流压气机性能及稳定性的影响研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2022.
- [21] 蔡宇桐, 高丽敏, 马驰, 等. 基于 NIPC 的压气机叶片加工误差不确定性分析 [J]. 工程热物理学报, 2017, 38(3): 490-497.
- CAI Yutong, GAO Limin, MA Chi, et al. Uncertainty quantification on compressor blade considering manufacturing error based on NIPC method [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2017, 38(3): 490-497.
- [22] LE MAÎTRE OP, KNIO O M. Spectral methods for uncertainty quantification: with applications to computational fluid dynamics [M]. Dordrecht, Netherlands: Springer Netherlands, 2010.
- [23] 熊芬芬, 杨树兴, 刘宇, 等. 工程概率不确定性分析方法 [M]. 北京: 北京科学出版社, 2015.
- [24] WIENER N. Nonlinear problems in random theory [M]. Cambridge, MA, USA: The MIT Press, 1996.
- [25] REID L, MOORE R D. Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26, respectively, and with design pressure ratio of 1.82 [EB/OL]. (1978-11-01) [2023-11-14]. <https://ntrs.nasa.gov/citations/19790001889>.
- [26] DENTON J D. Lessons from rotor 37 [J]. Journal of Thermal Science, 1997, 6(1): 1-13.
- [27] 姬田园. 压气机叶片加工偏差对转子性能影响分析及机理研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2022.
- [28] 中国航空工业总公司. 叶片叶型的标注、公差与叶身表面粗糙度: HB 5647-98 [S]. 北京: 中国航空工业总公司, 1999: 26-28.
- [29] 李青翰. 周向 T 型槽对高负荷轴流压气机稳定性影响的研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2024.

(编辑 武红江)